

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΟΥ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (ΑΤΟΜΙΚΟ)

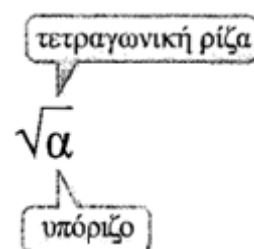
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο - 2.4 ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ 1 (Ορισμός τετραγωνικής Ρίζας)

Η **τετραγωνική ρίζα** ενός μη αρνητικού αριθμού α είναι ο μη αρνητικός αριθμός x που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον α . Η τετραγωνική ρίζα του αριθμού α συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.
Δηλαδή: $x = \sqrt{\alpha} \Leftrightarrow x^2 = \alpha$, με $\alpha \geq 0$ και $x \geq 0$.

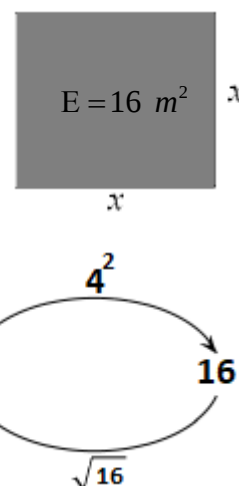
ΠΡΟΣΟΧΗ!

Δεν ορίζουμε ρίζα αρνητικού αριθμού, διότι δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνο του να είναι αρνητικός αριθμός



ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα αγρόκτημα σχήματος τετραγώνου με εμβαδόν 16 τετραγωνικών μέτρων και ζητάμε την πλευρά του. Αν x μέτρα είναι η πλευρά του αγροκτήματος τότε το εμβαδόν του θα είναι: x^2 τετραγωνικά μέτρα και επομένως θα ισχύει: $x^2 = 16$. Αναζητούμε έναν αριθμό x που όταν υψωθεί στο τετράγωνο, θα μας δώσει 16. Ο αριθμός αυτός, αφού παριστάνει μήκος, πρέπει να είναι θετικός. Με δοκιμές βρίσκουμε ότι ο ζητούμενος αριθμός είναι ο αριθμός 4, διότι: $4^2 = 16$.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

(α) $\sqrt{16}$, (β) $\sqrt{36}$, (γ) $\sqrt{0,04}$, (δ) $\sqrt{0}$.

ΛΥΣΗ

(α) $\sqrt{16} = 4$, διότι $4^2 = 16$, (β) $\sqrt{36} = 6$, διότι $6^2 = 36$, (γ) $\sqrt{0,04} = 0,2$, διότι $(0,2)^2 = 0,04$,
(δ) $\sqrt{0} = 0$, διότι $0^2 = 0$.

1^η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ (Επιτρεπτές τιμές υπόριζης ποσότητας)

Η υπόριζη ποσότητα μπορεί να είναι είτε θετικός αριθμός είτε το μηδέν. Άρα αν δοθεί μια τετραγωνική ρίζα $\sqrt{x}$, τότε $x \geq 0$.

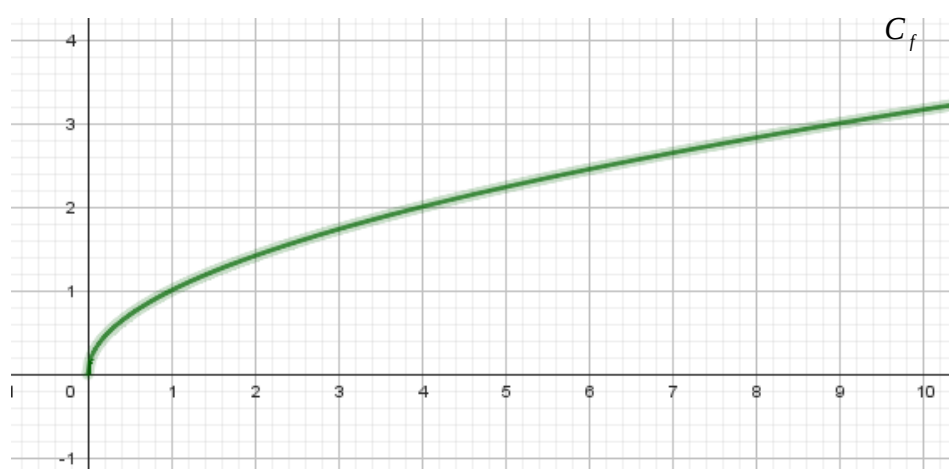
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Να βρείτε σε μορφή διαστήματος τις επιτρεπτές τιμές της υπόριζης ποσότητας στις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

(α) $\sqrt{x}$, (β) $\sqrt{x-1}$.

ΛΥΣΗ

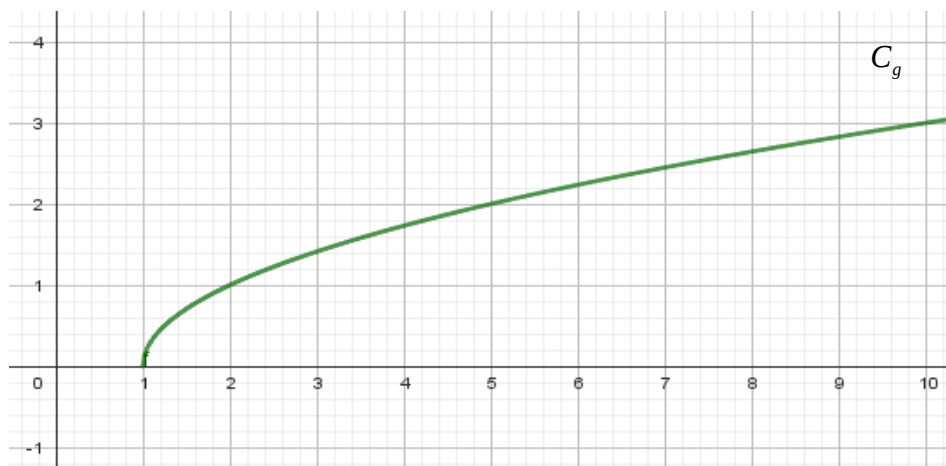
(α) Σύμφωνα με τον ορισμό πρέπει το $x \geq 0$. Άρα $x \in [0, +\infty)$. Για την καλύτερη κατανόηση του ερωτήματος παραθέτουμε στο Σχήμα 1, την γραφική παράσταση της $\sqrt{x}$, με τη χρήση του διαδραστικού εργαλείου GeoGebra. $f(x) = \sqrt{x}$.



Σχήμα 1

ΛΥΣΗ

(β) Σύμφωνα με τον ορισμό πρέπει το $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. Άρα $x \in [1, +\infty)$. Για την καλύτερη κατανόηση του ερωτήματος παραθέτουμε στο Σχήμα 2, την γραφική παράσταση της $\sqrt{x-1}$, με τη χρήση του διαδραστικού εργαλείου GeoGebra. $g(x) = \sqrt{x-1}$



Σχήμα 2

2^η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ (Υπολογισμός τετραγωνικών ριζών)

Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο να μάθουμε απ' έξω τις τετραγωνικές ρίζες που είναι ίσες με τους φυσικούς αριθμούς από το 11 μέχρι και το 20. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα τετράγωνα από τους φυσικούς αριθμούς 2 μέχρι το 41 σαν τυπολόγιο για την ταχύτερη επίλυση των ασκήσεων με τετραγωνικές ρίζες.

ΓΝΩΣΤΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΡΙΖΩΝ							
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$	$22^2 = 484$	$27^2 = 729$	$32^2 = 1024$	$37^2 = 1369$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$	$23^2 = 529$	$28^2 = 784$	$33^2 = 1089$	$38^2 = 1444$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$	$24^2 = 576$	$29^2 = 841$	$34^2 = 1156$	$39^2 = 1521$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$	$25^2 = 625$	$30^2 = 900$	$35^2 = 1225$	$40^2 = 1600$
$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$	$21^2 = 441$	$26^2 = 676$	$31^2 = 961$	$36^2 = 1296$	$41^2 = 1681$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{23 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}} = 5$

ΛΥΣΗ

Έχουμε: $\sqrt{23 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}} = \sqrt{23 + \sqrt{1 + 3}} = \sqrt{23 + \sqrt{4}} = \sqrt{23 + 2} = \sqrt{25} = 5,$

3^η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ (Ιδιότητες τετραγωνικής Ρίζας)

1. Αν $\alpha \geq 0$, τότε: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$
2. Αν α είναι πραγματικός αριθμός, τότε: $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$
(Δηλαδή ο αριθμός μπορεί να είναι είτε θετικός είτε αρνητικός είτε το μηδέν).
3. Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$ τότε ισχύει ότι: $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.
4. Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta > 0$ τότε ισχύει ότι: $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4 (Ιδιότητα 1 & 2)

Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες, με την προϋπόθεση ότι ορίζονται:

(α) $(\sqrt{27})^2$, (β) $\sqrt{19^2}$, (γ) $\sqrt{(-34)^2}$, (δ) $(\sqrt{-15})^2$.

ΛΥΣΗ

(α) Ισχύει ότι: $(\sqrt{27})^2 = 27$,

(β) Ισχύει ότι: $\sqrt{19^2} = |19| = 19$,

(γ) Ισχύει ότι: $\sqrt{(-34)^2} = |-34| = 34$, **προσοχή** δεν επιτρέπεται να γράψουμε: $\sqrt{(-34)^2} = -34$, διότι το $-34 < 0$,

(δ) Η $(\sqrt{-15})^2$ δεν ορίζεται διότι η υπόριζη ποσότητα είναι ο αριθμός: $-15 < 0$,

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5 (Ιδιότητες 2 & 3)

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

(α) $\sqrt{36 \cdot 25}$, (β) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$, (γ) $\sqrt{\frac{49}{81}}$.

ΛΥΣΗ

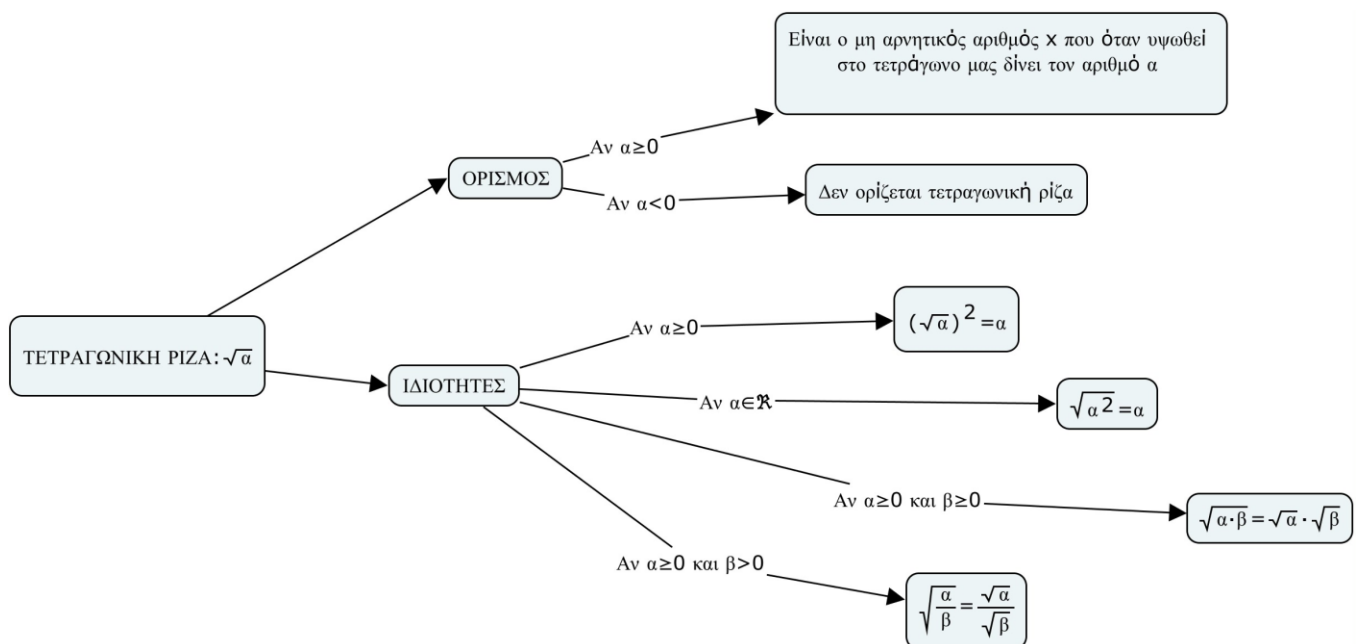
Ισχύει ότι:

(α) $\sqrt{36 \cdot 25} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{25} = 6 \cdot 5 = 30$,

(β) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$,

(γ) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}$.

ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟΣ ΧΑΡΤΗΣ – ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΩΝ ΡΙΖΩΝ & ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΟΥ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (ΑΤΟΜΙΚΟ)

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα:

Ημερομηνία:

(Α) Ερωτήσεις Κατανόησης

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν κυκλώνοντας δίπλα από κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

(1) Αν $\alpha \geq 0$ τότε η $\sqrt{\alpha}$ παριστάνει τη μη αρνητική λύση της εξίσωσης $x^2 = \alpha$. **Σωστό ή Λάθος**

(2) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει: $\sqrt{x^2} = |x|$. **Σωστό ή Λάθος**

(3) Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$, τότε μπορούμε πάντοτε να γράφουμε ότι: $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$. **Σωστό ή Λάθος**

(4) Αν $\beta \geq 0$, τότε ισχύει ότι: $\sqrt{\alpha^2 \cdot \beta} = \alpha \cdot \sqrt{\beta}$. **Σωστό ή Λάθος**

(Β) Ασκήσεις υπολογισμού Τετραγωνικών Ριζών

(B1) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $\sqrt{25}$, (β) $\sqrt{\frac{1}{16}}$, (γ) $\sqrt{0}$, (δ) $\sqrt{-7^2}$, (ε) $\sqrt{9 \cdot 49}$.

ΛΥΣΗ

(B2) Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}=2$$

ΛΥΣΗ

ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΟ)

Ομάδα:

Τμήμα:

Ημερομηνία:

Μετά τον χωρισμό των μαθητών σε ομάδες των πέντε, ζητείται από τον εκπαιδευτικό, να επιλύσουν τις παρακάτω ασκήσεις:

ΟΜΑΔΑ 1

(A1) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $\sqrt{9}$, (β) $\sqrt{\frac{1}{4}}$, (γ) $\sqrt{-5^2}$, (δ) $\sqrt{4 \cdot 49}$.

ΛΥΣΗ

(A2) Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{10 + \sqrt{31 + \sqrt{17 + \sqrt{64}}}} = 4$$

ΛΥΣΗ

ΟΜΑΔΑ 2

(A1) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $\sqrt{4}$, (β) $\sqrt{\frac{1}{9}}$, (γ) $\sqrt{-3^2}$, (δ) $\sqrt{9 \cdot 81}$.

ΛΥΣΗ

(A2) Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{5 + \sqrt{8 + \sqrt{64}}} = 3$$

ΛΥΣΗ

ΟΜΑΔΑ 3

(A1) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) \sqrt{36}, (\beta) \sqrt{\frac{1}{49}}, (\gamma) \sqrt{-8^2}, (\delta) \sqrt{16 \cdot 64}.$$

ΛΥΣΗ

(A2) Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}} = 4$$

ΛΥΣΗ

ΟΜΑΔΑ 4

(A1) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) \sqrt{64}, (\beta) \sqrt{\frac{1}{4}}, (\gamma) \sqrt{-5^2}, (\delta) \sqrt{25 \cdot 9}.$$

ΛΥΣΗ

(A2) Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}} = 3$$

ΛΥΣΗ

ΦΥΛΛΟ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (ΑΤΟΜΙΚΟ)

Σημειώστε με X τη στήλη που σας εκφράζει:

α/α	Καθόλου	Λίγο	Μέτρια	Πολύ	Πάρα πολύ
Συνεργάστηκα αρμονικά με τους συμμαθητές μου					
Η ροή του μαθήματος είχε ενδιαφέρον					
Οι έννοιες του μαθήματος ήταν κατανοητές					
Τα ψηφιακά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν στην σχολική διαδικασία ήταν κατάλληλα για την καλύτερη κατανόηση του μαθήματος					
Μπορώ να επιλύσω ασκήσεις που περιέχουν τετραγωνικές ρίζες					
Μπορώ να επιλύσω ασκήσεις που απαιτούν τη χρήση των ιδιοτήτων των τετραγωνικών ριζών					

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

(1) Άσκηση 2 Α΄ Ομάδας σελ. 74 του σχολικού βιβλίου.

(2) Τράπεζα Θεμάτων_14775

ΘΕΜΑ 2

α) Να αποδείξετε ότι: $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$.

(Μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α), να δείξετε ότι: $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2}$

(Μονάδες 12)

(3) Τράπεζα Θεμάτων_14715

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = 1 - \sqrt{2}$ και $\beta = 2 + \sqrt{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 3$ και $\alpha\beta = -\sqrt{2}$.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $(\alpha - 1)^2 + (\beta - 2)^2 = 4$.

(Μονάδες 13)

(4) e-me – Επαναληπτικά Θέματα

(α) Θεωρία:

https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1409699

(β) Ασκήσεις:

https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1410756